



Capítulo 4 Material Bônus

— Introdução —

Você é alguém que gostaria que houvesse mais exemplos, discussões e comentários nas descrições intencionalmente breves das aulas? Se sim, você veio ao lugar certo! Este arquivo contém material bônus para algumas das atividades do capítulo 4.

Para quebra-cabeças, muitos exemplos de quebra-cabeças resolvidos são fornecidos, junto com os comentários adicionais, sobre como criá-los. O programa Early Family Math é baseado na ideia de que a matemática inicial é algo que uma família deve fazer em conjunto, e criar quebra-cabeças para seu filho fazer junto com você é uma parte importante desse processo. Depois de pegar o jeito de cada quebra-cabeça, você descobrirá que a maioria, senão todos os quebra-cabeças, são bastante fáceis de criar.

Muitos desses quebra-cabeças têm diferentes níveis de dificuldade, e há muitas sugestões e exemplos nas próximas páginas sobre como criar esses níveis. Sempre comece com os quebra-cabeças mais fáceis. É muito melhor que seu filho tenha sucesso, compreensão e diversão com quebra-cabeças um pouco “fáceis demais” do que ficar frustrado, desanimado e excessivamente desafiado por quebra-cabeças difíceis. Depois que seu filho adquirir confiança e entusiasmo para uma atividade matemática, é hora de aos poucos incorporar desafios maiores. Além disso, nem todos os quebra-cabeças serão divertidos para todas as pessoas, então não force os quebra-cabeças e as atividades que parecem não se encaixar.

Isso é o que você encontrará nas páginas a seguir:

- **Capítulo 4 – Somas Fechadas**
- **Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha - Compensação**
- **Capítulo 4 – DifTriângulos e SomaTriângulos**
- **Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha - Contagem Pulando Números**
- **Capítulo 4 – Conserte Isso**
- **Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha por Um e Dez**
- **Capítulo 4 – Quebra-Cabeças de Formas Solitário**
- **Capítulo 4 – Quadrados de Soma**
- **Capítulo 4 – Pirâmide de Adição**
- **Capítulo 4 – Investigações**

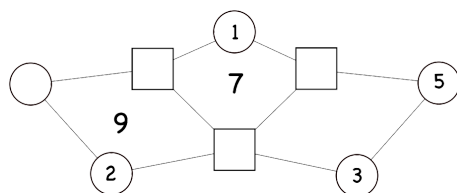
— Questões legais —

Toda família deve ter a oportunidade de aprender e desfrutar a matemática juntos. Para esse fim, Early Family Math é uma coleção de materiais que famílias e educadores podem editar, traduzir, copiar e distribuir livremente, sem pedir permissão, apenas para uso não comercial. © Copyright Early Family Math - 2025 v. 1.1 Creative Commons: Licença Internacional Atribuição-Não Comercial 4.0

Capítulo 4 – Somas Fechadas

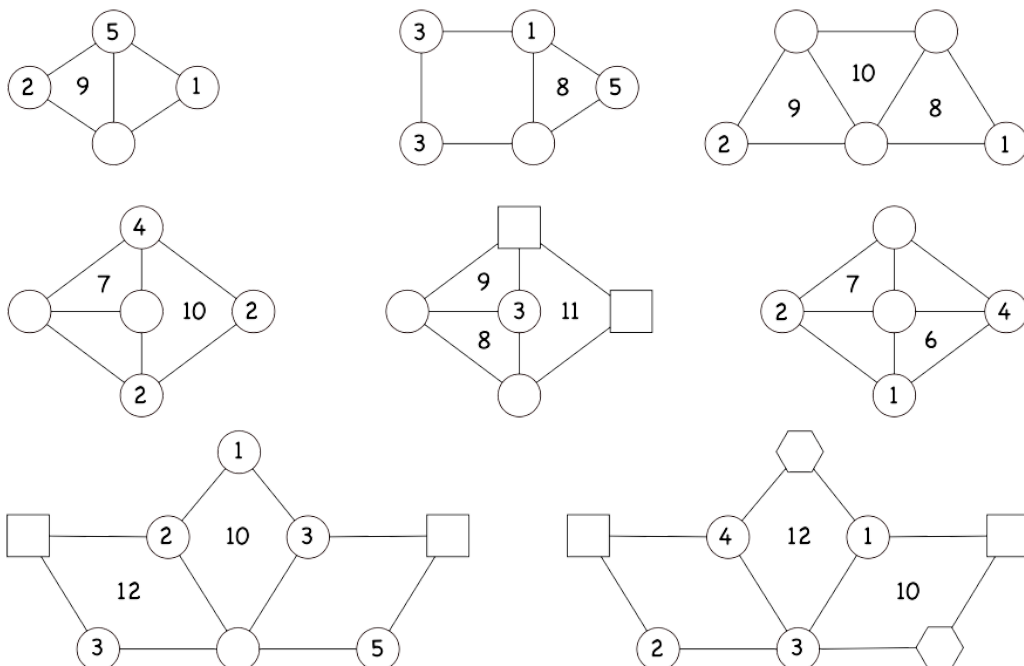
Esses quebra-cabeças têm formas conectadas por linhas. Cada região fechada possui um número que é a soma das formas que a contornam. De maneira similar aos quebra-cabeças de Somas de Formas, os círculos podem ter qualquer valor, e o valor para uma forma que não seja um círculo deve ser o mesmo que qualquer outra forma do mesmo tipo. Opcionalmente, você pode adicionar a regra de que formas não circulares diferentes devem ter valores diferentes - por exemplo, que quadrados e hexágonos devem ter valores diferentes.

O desafio para seu filho é descobrir os números nas formas e nas regiões que não são fornecidos.



Crie esses quebra-cabeças desenhando um diagrama de círculos e talvez outras formas. Em seguida, preencha todas as figuras com números e preencha as regiões delimitadas com a soma das figuras que as rodeiam. Por fim, remova alguns dos números.

Assim como nos quebra-cabeças de “Somas de Formas” no Capítulo 3, comece com quebra-cabeças simples com apenas um ou dois números ausentes e avance lentamente para quebra-cabeças com mais números ausentes, mais regiões adjacentes e mais uso de valores em regiões não circulares.



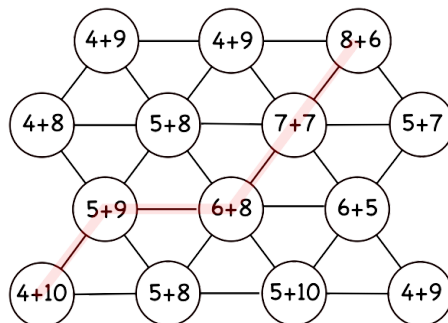
Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha – Compensação

O uso da compensação para a adição é uma forma de tornar os problemas de adição muito mais fáceis. A ideia é tirar uma quantidade de um dos números que estão sendo adicionados e dar para o outro número - o resultado permanece o mesmo, mas um dos números se torna mais fácil de trabalhar.

Por exemplo, quando você soma $7 + 8$, se você tirar 2 do 7 e der para o 8, o problema se torna $5 + 10$. Alternativamente, se você tirar 3 do 8 e der para o 7, o problema se torna $10 + 5$. Sempre que você puder tornar um dos números um múltiplo de 10, você terá um problema muito mais simples.

Esses quebra-cabeças fornecem prática na criação de novos problemas usando a compensação. O desafio é encontrar um caminho que conecte todas as ilhas com a mesma resposta. É permitido conectar duas ilhas apenas se os números de seus problemas diferem por 1. Apenas algumas das ilhas estarão no caminho.

Crie esses quebra-cabeças começando com cerca de dez ilhas com algumas conexões. Identifique um caminho de uma extremidade das ilhas para a outra. Ao longo desse caminho, coloque problemas que diferem uns dos outros por um - talvez comece com um problema que envolve somar 10 e, em seguida, faça variações sobre ele. Nas ilhas próximas ao caminho, coloque problemas com pequenas alterações que tenham respostas diferentes.

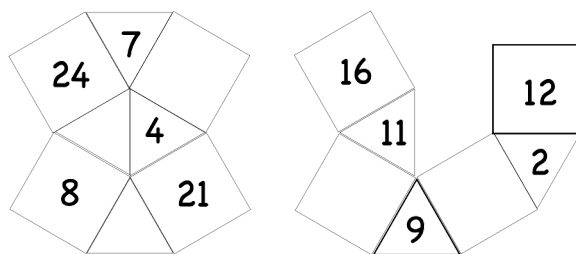


De fato, há pouco a ser feito para variar a dificuldade desses quebra-cabeças. Introduzir caminhos falsos provavelmente levará à confusão em vez de desafio, e por isso é geralmente uma má ideia.

Capítulo 4 – DifTriângulos e SomaTriângulos

— DifTriângulos —

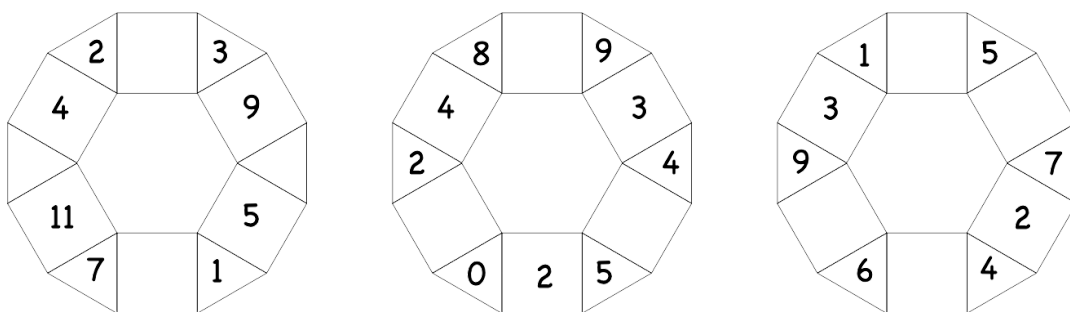
Os DifTriângulos têm triângulos e quadrados que compartilham lados. Um triângulo sempre tem exatamente dois quadrados em seus lados, e o lado restante tem outro triângulo ou está vazio. O número de um triângulo é a diferença dos dois quadrados adjacentes. O desafio é preencher os números que estão faltando.



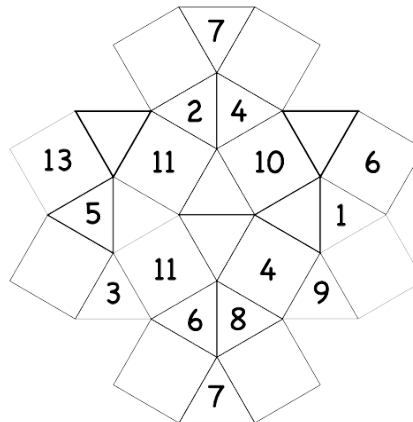
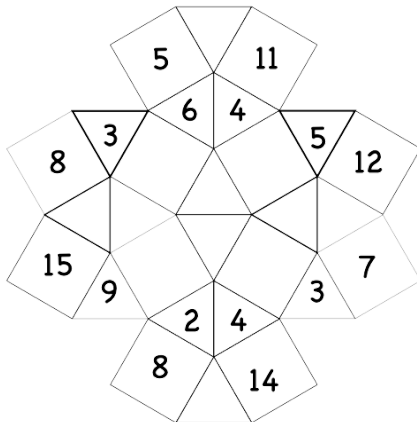
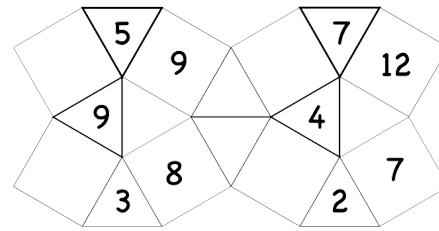
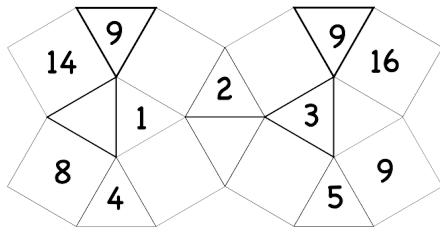
Criando Quebra-Cabeças: Fazer quebra-cabeças sem circuitos fechados é fácil. Desenhe uma sequência alternada de quadrados e triângulos, coloque os números começando em uma das pontas e siga até a outra ponta. Quando terminar, remova alguns dos números. Fazer quebra-cabeças com circuitos fechados ou interações mais complicadas é mais difícil; no entanto, o esforço compensa com quebra-cabeças desafiadores!

Quando seu filho se sentir muito à vontade com eles, ele pode querer criar alguns novos quebra-cabeças por conta própria. Ele vai se divertir e aprender muito ao descobrir como os números se encaixam.

Estratégias para Resolver: Os primeiros lugares a serem preenchidos são os triângulos que estão entre dois quadrados já preenchidos. Outro caso fácil é um quadrado ao lado de um triângulo preenchido que tem um quadrado menor preenchido ao seu lado - neste caso, como não estamos trabalhando com números negativos, há apenas uma escolha para preencher o quadrado vazio. O caso mais comum é um quadrado que tem dois valores possíveis em uma direção e duas outras possibilidades na outra direção - geralmente há apenas um número que se sobrepõe a essas possibilidades.

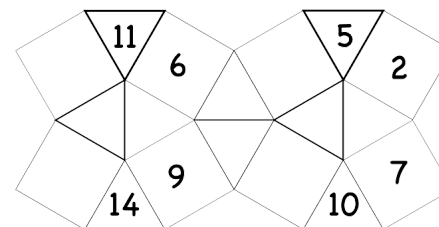
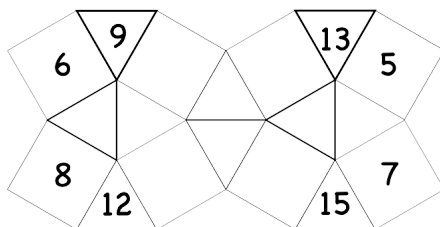
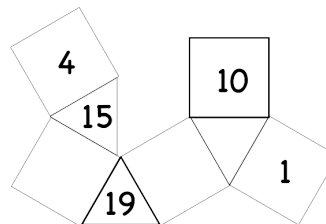
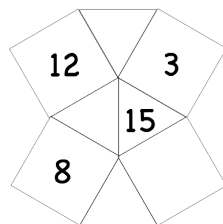


Aqui estão alguns exemplos com muitas interconexões.



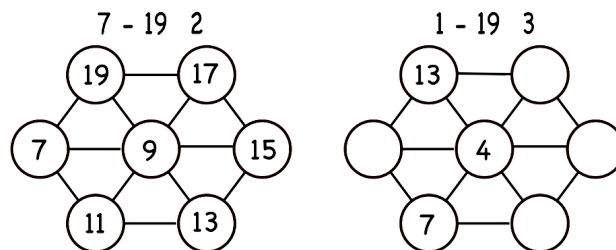
— SomaTriângulos —

Os SomaTriângulos são exatamente como os DifTriângulos, mas usam a adição no lugar da subtração. O valor de um triângulo é a soma de seus dois ou três quadrados vizinhos. Crie esses quebra-cabeças usando métodos semelhantes aos dos DifTriângulos. Os SomaTriângulos são tipicamente mais simples de resolver do que os DifTriângulos.



Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha – Contagem Pulando Números

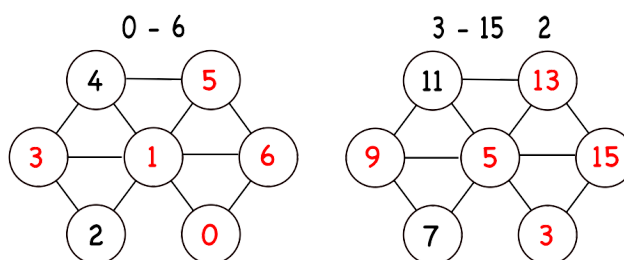
Esses quebra-cabeças têm ilhas (círculos) conectadas por pontes (linhas). Nesta versão de "Pulando de Ilha em Ilha", as conexões são feitas por contagem pulando números. Algumas das ilhas têm números escritos nelas e algumas começarão em branco. Acima do quebra-cabeça estão o número inicial, o número final e a quantidade do salto. O desafio é preencher os números que faltam e encontrar o caminho. Você também pode colocar os números e os espaços em branco em pedaços de papel no chão para criar um quebra-cabeça de pisar.



A criação desses quebra-cabeças é a mesma que a criação dos quebra-cabeças de "Pulando de Ilha em Ilha - Contando" do início do Capítulo 2. Primeiro, faça as ilhas, preencha os números da contagem, conecte essas ilhas na ordem correta e depois adicione algumas conexões extras para ajudar a transformá-lo em um quebra-cabeça. Na versão que você der ao seu filho, remova alguns números, deixando uma quantidade suficiente para que ele ainda possa ser resolvido.

Você pode revisar as estratégias de construção de quebra-cabeças descritas no Material Bônus para o Capítulo 2 sobre "Pulando de Ilha em Ilha - Contando". Além disso, se você ainda tiver algum desses quebra-cabeças, é muito fácil converter um deles para um deste tipo. Pegue o seguinte quebra-cabeça do Capítulo 2. Ele envolve a contagem de 0 a 6. Os números em vermelho são os que normalmente seriam omitidos quando o quebra-cabeça é dado ao seu filho. Para convertê-lo em um quebra-cabeça que começa em 3 e pula de 2 em 2, simplesmente multiplique todos os números por 2 e depois some 3 a eles, como na tabela abaixo. Depois disso, substitua os números originais pelos novos (deixando de fora os vermelhos, é claro).

	0	1	2	3	4	5	6
Multiplique por 2	0	2	4	6	8	10	12
Some 3	3	5	7	9	11	13	15



Chapter 4 – Conserte Isso

Comece com uma grade de números de 4 por 4 com uma soma-alvo. O desafio é encontrar entradas para remover, de modo que a soma dos números restantes em cada linha e coluna seja o alvo. Uma versão alternativa usa somas-alvo individuais para cada linha e coluna.

Faça esses quebra-cabeças colocando pares ou trios de números que resultem na soma-alvo. Em seguida, preencha os espaços restantes com números de distração. Você pode torná-los mais complicados ao ter pares ou trios alternativos de números que funcionam parcialmente. Se seu filho estiver gostando, mas achando-os muito fáceis, você sempre pode fazer maiores que sejam de 4 por 5, 5 por 5 ou ainda maiores.

Estrelas vermelhas foram adicionadas aqui para mostrar quais entradas seriam removidas para que os quebra-cabeças funcionem.

8																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="color: red;">6</td><td>3</td><td>5</td><td style="color: red;">2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td style="color: red;">4</td><td>5</td></tr> <tr><td style="color: red;">3</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td style="color: red;">4</td><td>2</td><td style="color: red;">5</td></tr> </table>	6	3	5	2	2	1	4	5	3	4	1	3	6	4	2	5
6	3	5	2													
2	1	4	5													
3	4	1	3													
6	4	2	5													

9																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>7</td><td style="color: red;">4</td><td style="color: red;">5</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td style="color: red;">4</td><td>6</td></tr> <tr><td style="color: red;">3</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td style="color: red;">6</td><td>4</td><td>5</td><td style="color: red;">3</td></tr> </table>	7	4	5	2	2	1	4	6	3	4	4	1	6	4	5	3
7	4	5	2													
2	1	4	6													
3	4	4	1													
6	4	5	3													

10																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>3</td><td style="color: red;">6</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td style="color: red;">6</td></tr> <tr><td style="color: red;">4</td><td>6</td><td style="color: red;">1</td><td>4</td></tr> <tr><td style="color: red;">6</td><td style="color: red;">4</td><td>8</td><td>2</td></tr> </table>	3	3	6	4	7	1	2	6	4	6	1	4	6	4	8	2
3	3	6	4													
7	1	2	6													
4	6	1	4													
6	4	8	2													

11																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>8</td><td>3</td><td style="color: red;">5</td><td style="color: red;">4</td></tr> <tr><td style="color: red;">1</td><td style="color: red;">1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td><td style="color: red;">1</td><td style="color: red;">3</td></tr> <tr><td style="color: red;">7</td><td style="color: red;">5</td><td>7</td><td>4</td></tr> </table>	8	3	5	4	1	1	4	7	3	8	1	3	7	5	7	4
8	3	5	4													
1	1	4	7													
3	8	1	3													
7	5	7	4													

Aqui estão dois quebra-cabeças usando somas-alvo individuais para as linhas e colunas.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>6</td><td>3</td><td>7</td><td style="color: red;">8</td></tr> <tr><td style="color: red;">2</td><td style="color: red;">1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td style="color: red;">3</td><td style="color: red;">4</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td style="color: red;">3</td><td style="color: red;">5</td></tr> </table>	6	3	7	8	2	1	4	5	3	4	7	3	5	6	3	5	16
6	3	7	8														
2	1	4	5														
3	4	7	3														
5	6	3	5														
	9																
	10																
	11																
11	9																
9	18																
18	8																
8																	

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>6</td><td style="color: red;">5</td><td>2</td></tr> <tr><td>7</td><td style="color: red;">8</td><td>5</td><td style="color: red;">4</td></tr> <tr><td>2</td><td>7</td><td style="color: red;">1</td><td style="color: red;">4</td></tr> <tr><td style="color: red;">3</td><td style="color: red;">1</td><td>9</td><td>8</td></tr> </table>	0	6	5	2	7	8	5	4	2	7	1	4	3	1	9	8	8
0	6	5	2														
7	8	5	4														
2	7	1	4														
3	1	9	8														
	12																
	9																
	17																
9	13																
13	14																
14	12																
12																	

Capítulo 4 – Pulando de Ilha em Ilha por Um e Dez

É dada uma grade retangular de números com alguns dos números preenchidos. O desafio é preencher os números restantes para que quaisquer dois números que compartilhem um lado sejam diferentes apenas em uma única casa, e a diferença dos dígitos nesta casa seja 1 (incluindo a passagem entre 0 e 9). Nenhum número pode ser usado mais de uma vez na grade inteira. A referência a uma Tabela de 100 pode ser útil para solucionadores iniciantes.

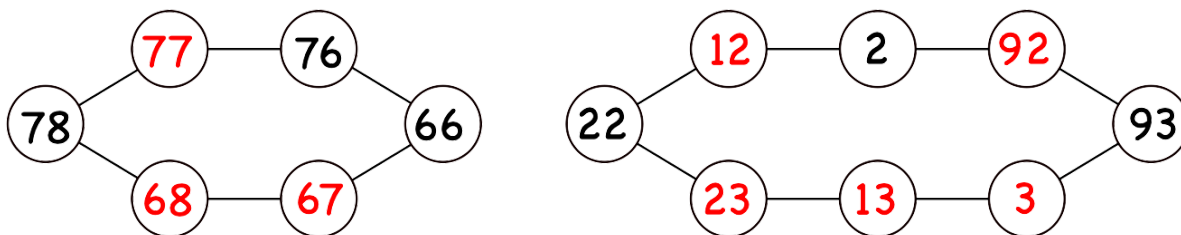
Faça este quebra-cabeça pegando uma grade vazia e preenchendo-a com números, sem repetições. Em seguida, remova alguns dos números, garantindo que não seja muito difícil para seu filho. Nestes exemplos, os números em vermelho são os ausentes.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Usando apenas números de um e dois dígitos, não há muita complicação que possa ser introduzida. No entanto, eles são uma ótima prática para pensar sobre o valor posicional. Uma peculiaridade que pode surpreender seu filho são as transições como 95 para 5 para 15 ou 11 para 10 para 0 para 9 - eles podem não perceber que há um 0 na casa das dezenas para números de um dígito e podem ficar surpresos com 0 e 9 sendo conectados.

Grades são uma maneira natural de apresentar esses problemas. No entanto, os quebra-cabeças também podem ser representados da mesma forma que outros quebra-cabeças de “Pulando de Ilha em Ilha” usando círculos, e essa representação permite alguma liberdade adicional na criação de quebra-cabeças.



Capítulo 4 – Quebra-Cabeças de Formas Solitário

— Triângulos Mágicos —

Faça um triângulo de seis círculos com três círculos em cada lado. Nos círculos, use cada um dos números de 1 a 6 uma vez, de modo que cada lado do triângulo tenha a mesma soma. Isso envolve dois desafios - descobrir quais somas funcionarão e, em seguida, descobrir como obter essas somas. É melhor deixar seu filho brincar com isso para descobrir quais somas são possíveis, mas se a frustração vencer, as somas possíveis são 9, 10, 11 e 12.

Se seu filho gostar de resolver isso, isso também pode ser feito para triângulos maiores. Para um triângulo com nove círculos e quatro círculos em cada lado, as somas possíveis são 17, 19, 20, 21 e 23.

Como em tantos quebra-cabeças para essa faixa etária, a principal razão para fazer seu filho brincar com isso é para encorajar a diversão de explorar como os números interagem uns com os outros e praticar fatos numéricos. Eles ainda não têm as habilidades matemáticas ou de raciocínio para serem sistemáticos em sua exploração. No entanto, esses quebra-cabeças podem ser explorados mais profundamente, e aqui estão algumas ideias para aprofundar, se você ou um filho mais velho estiver interessado.

Deixe SOMA representar a soma de um lado do triângulo. Se você somar os três lados do triângulo, o total será $3 \times \text{SOMA}$. No entanto, o total dos três lados também será a soma de todos os números mais uma cópia extra para cada canto do triângulo. Deixe C-SOMA ser a soma dos valores nos três cantos. Chegamos à relação de $3 \times \text{SOMA} = (\text{Total de todos os números}) + \text{C-SOMA}$.

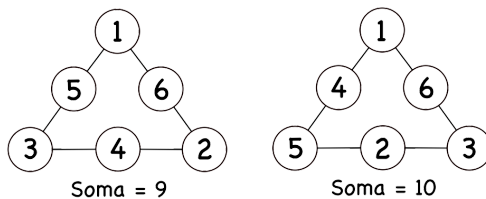
Quebra-cabeça de 6 círculos: Aplique isso ao triângulo com seis círculos. A soma de todos os números é a soma dos números de um a seis, que é 21. Então a equação se torna $3 \times \text{SOMA} = 21 + \text{C-SOMA}$. O menor C-SOMA possível é $1 + 2 + 3 = 6$, e o maior que pode ser é $4 + 5 + 6 = 15$. Portanto, $3 \times \text{SOMA}$ está entre $21 + 6 = 27$ e $21 + 15 = 36$. Isso força a SOMA a ser 9, 10, 11, 12. Observe também que $\text{C-SOMA} = 3 \times \text{SOMA} - 21$, o que é útil para encontrar os cantos.

Outra coisa a notar é a simetria dos valores possíveis. O que causa essa simetria é que, para cada solução, há outra solução criada pela subtração de todos os números de 7 (ou de 10 para o quebra-cabeça de nove círculos). Um pequeno cálculo mostrará que essa simetria pega um quebra-cabeça com a soma SOMA e cria um novo com a soma $(21 - \text{SOMA})$ (ou $40 - \text{SOMA}$ para o quebra-cabeça de nove círculos).

A última coisa a notar antes de nos aprofundarmos com números reais é que, para qualquer solução para os três cantos, podemos assumir que eles estão em ordem crescente no sentido horário, com o menor número no topo. Se eles não estiverem nessa configuração para começar, você pode girar ou inverter o diagrama até que estejam.

Todas essas observações economizam uma quantidade tremenda de trabalho. Precisamos apenas olhar para SOMA igual a 9 e 10, e precisamos apenas que os cantos estejam em ordem crescente. Se SOMA for 9, então $\text{C-SOMA} = 3 \times 9 - 21 = 6$, então o trio é 1, 2 e 3. Se SOMA for 10, então $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$. Isso deixa duas possibilidades - ou os valores dos cantos são 1, 2 e 6, ou 1, 3 e 5. Uma rápida tentativa descarta 1, 2 e 6 como possibilidade.

Depois de muito trabalho, temos as soluções para SOMA sendo 9 e 10 para o quebra-cabeça de seis círculos. Lembre-se que você pode obter as soluções para SOMA sendo 11 e 12 subtraindo todas as entradas de 7.



Quebra-cabeça de 9 círculos: Use a mesma abordagem para o quebra-cabeça de 9 círculos. A soma dos números de 1 a 9 é 45. Portanto, $3 \times \text{SOMA} = 45 + \text{C-SOMA}$. O menor C-SOMA possível é $1 + 2 + 3 = 6$, e o maior que pode ser é $7 + 8 + 9 = 24$. Então $3 \times \text{SOMA}$ está entre $45 + 6 = 51$ e $45 + 24 = 69$, o que força o SOMA a ser entre 17 e 23. Pegar uma solução e subtrair todas as entradas de 10 dá as seguintes duplas de SOMA: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21 e 20 - 20. Portanto, as soluções são necessárias apenas para 17, 18, 19 e 20. Os valores correspondentes para C-SOMA são 6, 9, 12 e 15.

SOMA = 17 e C-SOMA = 6. Para isso, os cantos devem ser 1, 2, 3, e funciona.

SOMA = 18 e C-SOMA = 9. Para isso, os cantos devem ser 1, 2, 6 ou 1, 3, 5. Nenhum funciona.

SOMA = 19 e C-SOMA = 12. Existem algumas possibilidades para os cantos, mas as únicas combinações que funcionam são 1, 4, 7 e 2, 3, 7.

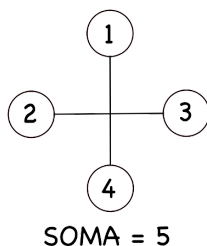
SOMA = 20 e C-SOMA = 15. Existem muitas combinações para os cantos, e muitas delas funcionam. Duas que funcionam são 1, 5, 9 e 2, 5, 8.

— Desenhos Mágicos —

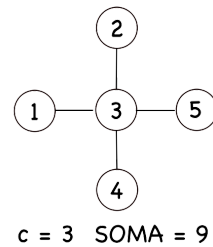
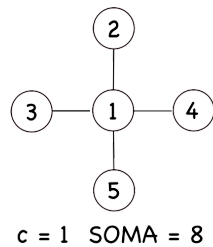
Semelhante aos Triângulos Mágicos, estes têm círculos conectados em um padrão geométrico e um grupo de números associado. Coloque os números nos círculos de modo que cada linha reta de círculos conectados tenha a mesma soma.

A análise desses quebra-cabeças é semelhante ao que foi feito para os Triângulos Mágicos. Deixe SOMA ser a soma comum que todas as linhas compartilham. Deixe c ser o valor do círculo do meio, para quebra-cabeças que têm um. A estratégia geral será somar todas as linhas e investigar a relação que é revelada. Observe também que, assim como nos Triângulos Mágicos, uma nova solução pode ser criada subtraindo todas as entradas de um a mais do que o maior número.

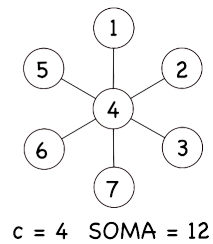
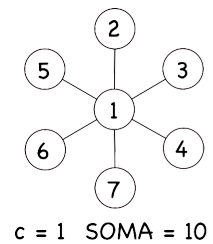
1. Os números de 1 a 4 estão em forma de cruz sem círculos em comum. Os números de 1 a 4 somam 10, e isso é dividido uniformemente entre as duas direções. Então SOMA = 5 e a resposta é fácil.



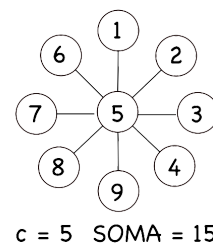
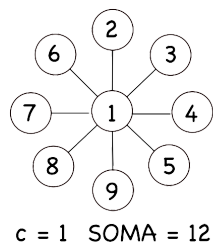
2. Os números de 1 a 5 estão em forma de cruz com um círculo em comum no meio. Os números de 1 a 5 somam 15. Somar as duas direções dá $2 \times \text{SOMA} = 15 + c$. Como $15 + c$ deve ser par, c pode ser 1, 3 e 5. Obtenha a solução para $c = 5$ (SOMA = 10) a partir da solução para $c = 1$, subtraindo todos os números de 6.



3. Os números de 1 a 7 estão em linhas de 3 círculos com um círculo comum no meio. Somar as três direções dá $3 \times \text{SOMA} = 28 + 2 \times c$. Como 3 divide $28 + 2 \times c$, isso força c a ser 1, 4 ou 7. As soluções para $c = 1$ e 4 são dadas.



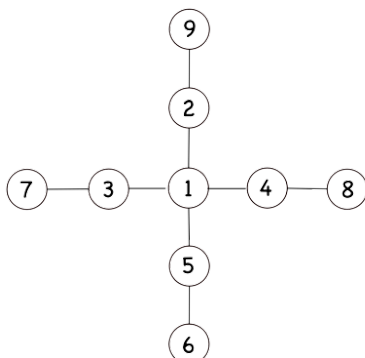
4. Os números de 1 a 9 estão em linhas de 3 círculos com um círculo comum no meio. Somar as quatro direções dá $4 \times \text{SOMA} = 45 + 3 \times c$. Como 4 divide $45 + 3 \times c$, isso força $c = 1, 5$ ou 9 .



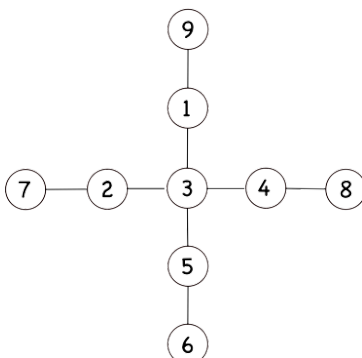
5. Os números de 1 a 5 são colocados em forma de L com um círculo em comum no canto. Isso é realmente o mesmo que o problema nº 2, então as soluções são essencialmente as mesmas.

6. Os números de 1 a 8 estão em forma de cruz sem círculos em comum. As duas direções dividem uniformemente 36, a soma de todos os números, então $\text{SOMA} = 18$. Existem muitas maneiras de resolver isso, dividindo o conjunto de números em dois grupos que somam 18. Uma solução é 1, 2, 7, 8 e 3, 4, 5, 6, e outra é 1, 3, 6, 8 e 2, 4, 5, 7.

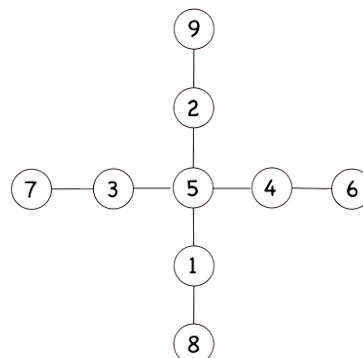
7. Os números de 1 a 9 estão em forma de cruz com um círculo em comum no meio. Somar as duas direções dá $2 \times \text{SOMA} = 45 + c$, então $c = 1, 3, 5, 7$ e 9 . As soluções para $c = 1, 3$ e 5 são dadas.



$c = 1$ SOMA = 23

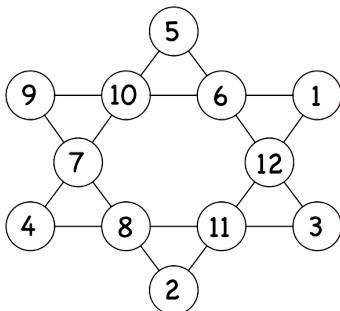


$c = 3$ SOMA = 24

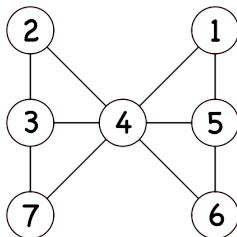


$c = 5$ SOMA = 25

8. Os números de 1 a 12 estão em forma de estrela. Isso tem 6 direções de linhas de 4 círculos. Este é muito mais difícil do que os outros. Se você somar todas as direções, cada número estará envolvido duas vezes. Os números de 1 a 12 somam 78. Assim, temos $6 \times \text{SOMA} = 2 \times 78$, o que significa $\text{SOMA} = 26$ (conforme a dica). Uma solução é dada abaixo. Como sempre, outra solução pode ser obtida subtraindo todas as entradas de 13.



9. Os números de 1 a 7 estão em forma de H - 3 na vertical à esquerda, 1 no centro, 3 na vertical à direita. Existem 5 linhas possíveis de 3 círculos conectados. Se as 5 direções forem somadas, todos os círculos serão usados duas vezes, com exceção do centro que é usado três vezes. Somar as cinco direções dá $5 \times \text{SOMA} = 2 \times 28 + c$. Como 5 divide $56 + c$, isso força $c = 4$ e, nesse caso, $\text{SOMA} = 12$ (conforme dado na dica). Note que nem 2 nem 3 podem estar do mesmo lado que o 1, e isso leva à seguinte solução.



Capítulo 4 – Quadrados de Soma

Comece com uma grade de 3 por 3 que tem somas-alvo dadas para cada linha e coluna. Alguns dos números de 1 a 9 já estão colocados na grade. Para os números que ainda não estão colocados, o desafio é colocá-los para que as somas das linhas e colunas sejam os valores-alvo.

Para fazer um desses quebra-cabeças, coloque pedaços de papel com os números de 1 a 9 em uma grade 3 x 3. Para cada linha e coluna, escreva a soma à direita ou abaixo. Em seguida, remova alguns dos números da grade. Por último, entregue os pedaços de papel que você removeu ao seu filho e pergunte "onde eles estavam?" Como eles são tão fáceis de criar, eles são ótimos quebra-cabeças para seu filho criar para você resolver.

Uma variação que mantém as somas um pouco menores é usar os números de 0 a 8. Uma variação mais difícil é fazer a mesma coisa com os números de 1 a 12 em uma grade de 3 por 4, ou até mesmo de 1 a 16 em uma grade de 4 por 4.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Fazer o quebra-cabeça original preenchido é fácil o suficiente. Como mencionado acima, basta colocar todos os números e anotar as somas. O desafio para o criador do quebra-cabeça é remover a quantidade certa de informação para que o quebra-cabeça seja desafiador, mas não muito difícil.

Estratégias para Resolver e Criar: Comece preenchendo os quadrados que são os únicos números ausentes em uma linha ou coluna. O quebra-cabeça mais à esquerda desses três é bastante fácil de resolver porque, depois que o 5 e o 7 são preenchidos, então o 3 e o 2 são fáceis de resolver, e então, por último, o 8 será fácil - resolver cada número único cria novos números únicos que são fáceis de calcular.

Quebra-cabeças fáceis de calcular são uma boa prática para seu filho, então não se preocupe em tornar todos os quebra-cabeças complicados.

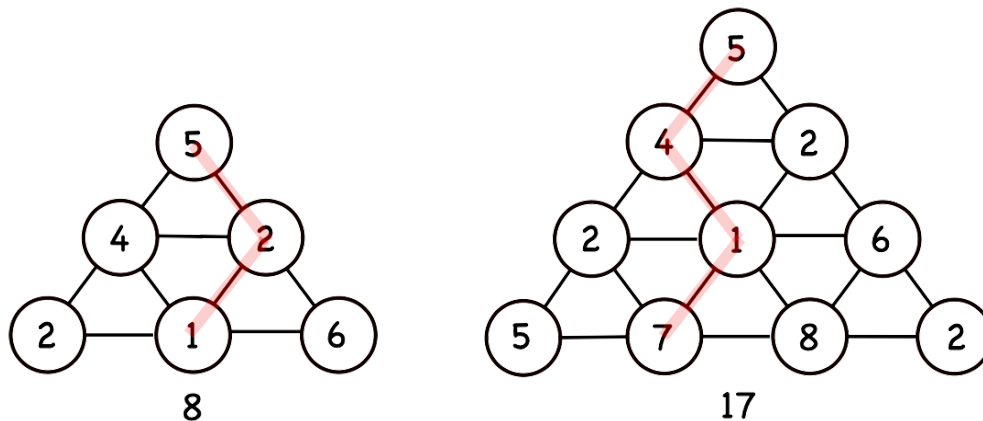
O quebra-cabeça do meio é um pouco mais difícil. Não há números únicos. Uma boa estratégia para estes é procurar linhas ou colunas que tenham somas ausentes particularmente grandes ou pequenas - estas terão relativamente poucas opções para escolher. A linha de baixo e a coluna mais à direita são bons lugares para começar este quebra-cabeça. Os números ausentes na linha de baixo somam 16, então eles devem ser 7 e 9. O 9 não pode ir na coluna com o 6 (a soma seria muito grande para essa coluna), então isso coloca o 7 e o 9. O resto segue como no quebra-cabeça anterior.

No quebra-cabeça mais à direita, dois dos números laterais são omitidos. Uma vez que seu filho perceba que os números laterais somam 45, que é a soma dos números de 1 a 9, é fácil preencher um único número lateral ausente.

Capítulo 4 – Pirâmide de Adição

É dada uma pirâmide de 10 números colocados em 4 linhas com um número-alvo. O desafio é encontrar um caminho através da pirâmide usando um número de cada linha para que a soma dos números seja o número-alvo. Os números no caminho devem se tocar.

Faça um desses quebra-cabeças preenchendo os números que você quer que formem o caminho e registre a soma desses números. Em seguida, preencha os “números de distração” restantes na pirâmide. O número de caminhos possíveis através da pirâmide dobra com a adição de cada linha, então fazer pirâmides maiores é uma maneira de desafiar uma criança que acha o quebra-cabeça de 10 números fácil. Para uma criança que acha um quebra-cabeça de 10 números difícil, comece com quebra-cabeças de 6 números até que se tornem fáceis e rápidos de resolver.



Para quebra-cabeças maiores, pode ser um desafio para o criador do quebra-cabeça garantir que haja apenas um caminho correto através da pirâmide. Não se preocupe muito com isso. Embora seja bom se houver apenas um caminho, seu filho vai gostar de lhe mostrar que há mais de uma maneira de resolvê-lo.

Capítulo 4 – Investigações

— PÉTALAS DE FLORES —

INVESTIGAÇÃO

Em um jardim mágico, há dois tipos de flores. Uma tem 4 pétalas e a outra tem 7 pétalas. Uma criança foi solicitada a colher algumas flores para que o número total de pétalas fosse 13. Isso poderia ser feito? E 15 pétalas? Para quais números de pétalas é possível? Para os números que são possíveis, pode ser feito de mais de uma maneira? Por exemplo, 32 pétalas são quatro de 7 e uma de 4, e também são oito de 4.

Ao tentar muitos pares de números, há muitos exemplos para brincar. Para alguns pares de números, chega um ponto em que todos os números de pétalas são possíveis, e para outros pares de números não há tal ponto. Para 4 e 7, todo número a partir de 18 é possível. Para 3 e 6, não há ponto a partir do qual todos os números ocorrem.

Qual é o padrão e o que cria esse padrão? Essas são frequentemente perguntas que surgem, e é onde muitas coisas interessantes acontecem.

É mais fácil ver o que acontece quando algum número divide uniformemente ambos os números. Pegue 3 e 6, por exemplo. Pense nestes números como 1×3 e 2×3 . Quando você soma esses números, você sempre obterá algum número de 3s. Não há como somar 3s e 6s para obter 10, porque 10 não é um múltiplo de 3.

Quando 1 é o único número que divide uniformemente ambos os números, sempre chegará um ponto em que cada número pode ser alcançado. Para 4 e 7, esse número é 18. Para encontrar esse número, subtraia 1 de cada um dos números no par e multiplique esses novos números. Neste caso, isso dá $3 \times 6 = 18$. Outro aspecto interessante desta situação é que exatamente metade dos números abaixo de 18 será alcançável. Por que isso funciona requer alguma matemática um pouco sofisticada demais para uma criança pequena; no entanto, é divertido brincar com esses cálculos e as experiências de seu filho com esses padrões podem de repente fazer sentido muito mais tarde.

— SUBINDO DEGRAUS – QUANTAS MANEIRAS —

INVESTIGAÇÃO

Suponha que seu filho goste de subir degraus dois de cada vez às vezes, mas um de cada vez em outras. Se seu filho quiser subir alguns degraus, uma pergunta natural é: de quantas maneiras isso pode ser feito?

Por exemplo, para 0 degraus há apenas uma maneira - você apenas fica parado. Para 1 degrau há uma maneira - você dá um único passo. Para dois degraus, você pode dar um passo duplo ou dois passos únicos.

Seu filho deve contar cuidadosamente muitos casos disso e fazer uma tabela dos resultados. Quando há muita informação, uma tabela muitas vezes ajuda a organizar a informação e permite que os padrões se destaquem. A tabela ficaria assim (ok, ir além de 6 pode exigir muita paciência, mas aqui estão os números):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Depois de olhar para esses números, seu filho pode notar que cada par de números consecutivos soma o próximo número. Por que isso acontece? Esses números são chamados de Números de Fibonacci. A regra para criar os Números de Fibonacci oficiais é que cada número é a soma dos dois anteriores. Isso também acontece para os degraus. Hmm...

Vamos olhar de perto um exemplo - digamos 5 degraus. As 8 possibilidades são: 1+1+1+1+1, 1+1+2+1, 1+2+1+1, 2+1+1+1, 2+2+1, 1+1+1+2, 1+2+2 e 2+1+2. As primeiras 5 possibilidades usam 1 para o último movimento, e as últimas 3 possibilidades usam 2 para o último movimento. Isso explica - você pode subir 5 degraus ou subindo 4 degraus e dando mais 1, ou subindo 3 degraus e dando mais 2. O número de maneiras de subir 5 degraus é exatamente igual à soma do número de maneiras de subir 4 degraus mais o número de maneiras de subir 3 degraus.

Os padrões são frequentemente entendidos ao passar pacientemente por exemplos, organizar os dados, olhar de perto para os dados e procurar explicações de por que as coisas acontecem da maneira que acontecem. Este é um bom hábito para desenvolver em seu filho.

— BALANÇA — INVESTIGAÇÃO

Uma balança é um dispositivo simples para dizer quando duas coisas têm exatamente o mesmo peso. A balança é geralmente fornecida com um conjunto de pesos que são usados para medir o peso de outros objetos. Existem muitas investigações interessantes que você pode fazer se você restringir os pesos que você pode usar.

Um Tipo de Peso: Suponha que você tenha muitos pesos, mas todos são iguais - digamos, 5 unidades. Então as únicas coisas que você pode pesar exatamente são objetos que são um múltiplo de 5 (assim como a contagem pulando números por 5).

Dois Tipos de Pesos - Um Lado: Suponha que você tenha muitos pesos que são de 4 unidades ou 7 unidades e você os usa apenas em um lado da balança. As coisas que você pode pesar são os mesmos números que você encontrou na investigação das pétalas de flores. Para 4 e 7, a partir de 18 unidades você pode pesar tudo exatamente. Se os pesos forem de 4 unidades e 6 unidades, você só pode pesar números pares a partir de 4.

Dois Tipos de Pesos - Ambos os Lados: Depois de fazer a investigação com dois tipos de pesos em um lado, seu filho pode se surpreender se você pedir para ele pesar um item de 3 unidades, ou até mesmo um item de 1 unidade, com 4s e 7s. O truque é colocar alguns pesos de um lado e outros pesos do outro lado. Por exemplo, verifique se um item pesa 3 unidades colocando-o com um peso de 4 unidades e veja se ele se equilibra com um peso de 7 unidades. Da mesma forma, verifique se um item pesa 1 unidade colocando-o com um peso de 7 unidades e veja se ele se equilibra com dois pesos de 4 unidades.

Existe um teorema matemático importante chamado Teorema de Bezout escondido nesta investigação. Seu filho não precisa saber sobre esse teorema neste momento, mas não é legal que uma criança pequena possa estar brincando com matemática avançada?!

Pesos Dobrados: O que acontece se você tiver um peso para cada um dos pesos na progressão de duplicação 1, 2, 4, 8 e 16? De quantas maneiras você pode pesar algo que pesa 13? Qual é o maior peso que você pode medir?

Após alguma investigação, você descobrirá que pode pesar tudo até um a menos que o dobro do maior peso - neste caso, 31. Além disso, cada item que você pode pesar pode ser pesado de apenas uma maneira - por exemplo, $13 = 1 + 4 + 8$, e não há outra maneira de fazê-lo. Muito legal! Esta situação está relacionada ao sistema de números binários.

Pesos de Fibonacci: O que acontece se os pesos estiverem nos Números de Fibonacci? Existe mais de uma maneira de pesar alguns pesos? Encontre uma restrição que faria com que houvesse apenas uma maneira para cada peso.

Suponha que você tenha um de cada para os pesos 1, 1, 2, 3, 5, 8 e 13. Com isso, $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$. A duplicação é causada pelo fato de a Regra de Fibonacci criar mais de uma forma de escrever os Números de Fibonacci em termos de si mesmos — por exemplo, $2 = 1 + 1$ e $8 = 5 + 3$. A solução para esse problema é insistir que não se pode usar dois Números de Fibonacci que sejam consecutivos na sequência. Ao adicionar essa restrição, a única forma de obter 10 é $2+8$.